Cocncursul Interjudeţean de Matematică ”Cristian S. Calude”
Ediția a XVIII-a
Proba pe echipe, clasele V-VI
22 noiembrie 2017

Soluții

Runda III

Problema 1.

Să se calculeze: $27^{102}:\left\{\left(3^{10}\cdot 3^{15}\right)^{12}+\left(9^{7}:3^{4}\right)^{30}+\left[\left(3^{2}\cdot 3^{3}\right)^{10}\right]^{6}\right\}$.

Soluție:

$\left(3^{3}\right)^{102}:\left\{\left(3^{25}\right)^{12}+\left(3^{14}:3^{4}\right)^{30}+\left[\left(3^{5}\right)^{10}\right]^{6}\right\}=3^{306}:\left(3^{300}+3^{300}+3^{300}\right)=3^{306}:3^{301}=3^{5}=243$

Problema 2.

Să se determine numerele x, y, z ştiind că $\frac{x}{3}=\frac{y}{4};\frac{y}{6}=\frac{z}{5}$ şi $2\cdot x+3\cdot y+4\cdot z=188.$

Soluție:Împarţind prima relaţie prin 3, iar a doua prin 2 obţinem: $\frac{x}{9}=\frac{y}{12};\frac{y}{12}=\frac{z}{10}$. Aşa că $x=9\cdot k, y=12\cdot k, z=10\cdot k.$Înlocuind în a doua relaţie, vom avea:
$12\cdot k+36\cdot k+40\cdot k=188\Rightarrow k=2$, Găsim că $x=18, y=24, z=20.$

Problema 3.

Se consideră mai multe unghiuri în jurul unui punct având măsurile exprimate în grade prin numere naturale consecutive. Diferenţa dintre măsura celui mai mare şi măsura celui mai mic dintre unghiuri este de 14°. Care este suma măsurilor unghiurilor exprimate prin numere prime?

Soluție: Să considerăm cele n unghiuri în jurul punctului de forma următoare:
$a, a+1, a+2,..., a+n$. Cum diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic dintre unghiuri este de 14°, înseamnă că, $(a+n)-a=14^{\circ}\Rightarrow n=14^{\circ}$ adică sunt 15 unghiuri. Cum suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct este egală cu 360°, vom avea:
$a+a+1^{\circ}+a+2^{\circ}+...+a+14^{\circ}=360^{\circ}\Rightarrow a=17^{\circ}$. Cele 15 unghiuri au măsurile:
$17^{\circ},18^{\circ},19^{\circ},...,31^{\circ}$. Dintre acestea, numerele prime sunt:17, 19, 23,29, 31. Suma lor va fi egală cu $17^{\circ}+19^{\circ}+23^{\circ}+29^{\circ}+31^{\circ}=119^{\circ}$.